

1.8 Ε. Κ. Π ΚΑΙ Μ. Κ. Δ ΑΚΕΡΑΙΩΝ ΑΛΓΕΒΡΙΚΩΝ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΩΡΙΑ

1.

Ε. Κ. Π. : Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζουμε το γινόμενο των κοινών και μη κοινών παραγόντων τους με εκθέτη στον καθένα τον μεγαλύτερο των εκθετών τους .

2.

Μ.Κ.Δ. : Μέγιστο κοινό διαιρέτη αλγεβρικών παραστάσεων που έχουν αναλυθεί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων ονομάζουμε το γινόμενο των κοινών παραγόντων τους με εκθέτη στον καθένα τον μικρότερο των εκθετών τους .

ΣΧΟΛΙΟ

Για το ΕΚΠ και ΜΚΔ : Πρώτα αναλύουμε τις παραστάσεις σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και μετά βρίσκουμε ΕΚΠ και ΜΚΔ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1.

Σε κάθε ζεύγος παραστάσεων της στήλης Α στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε το ΕΚΠ της στήλης Β και τον ΜΚΔ της στήλης Γ.

Ακ. Αλγεβρικές παραστάσεις	Β. ΕΚΠ	Γ. ΜΚΔ
α. $x(x+1)$, $2x^3(x+1)^2$	1. $x^4(x+1)^2$	1. $x^3(x-1)$
β. $x^4(x-1)$, $x^3(x-1)^2$	2. $2x^3(x+1)^2$	2. $x^4(x-1)$
γ. $x^2(x+1)^2$, $x^4(x+1)$	3. $x^4(x-1)$	3. $x^2(x+1)$
	4. $x^4(x-1)^2$	4. $x(x+1)$

Προτεινόμενη λύση

α.

Οι παραστάσεις $x(x+1)$, $2x^3(x+1)^2$ έχουν ΕΚΠ = $2x^3(x+1)^2$
και ΜΚΔ = $x(x+1)$

Οπότε $\alpha \rightarrow B.2$ και $\alpha \rightarrow \Gamma.4$

β.

Οι παραστάσεις $x^4(x-1)$, $x^3(x-1)^2$ έχουν ΕΚΠ = $x^4(x-1)^2$
και ΜΚΔ = $x^3(x-1)$

Οπότε $\beta \rightarrow B.4$ και $\beta \rightarrow \Gamma.1$

γ.

Οι παραστάσεις $x^2(x+1)^2$, $x^4(x+1)$ έχουν ΕΚΠ = $x^4(x+1)^2$
και ΜΚΔ = $x^2(x+1)$

Οπότε $\gamma \rightarrow B.1$ και $\gamma \rightarrow \Gamma.3$

2.

Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λανθασμένες

α) Το ΕΚΠ των παραστάσεων $8x^2y$ και $2xy^2$ είναι το $2x^2y^2$ **Λ**

β) Ο ΜΚΔ των παραστάσεων $x^2 - y^2$ και x^2y^2 είναι το x^2y^2 **Λ**

γ) Το ΕΚΠ των παραστάσεων $x^2 - 25$ και $x - 5$ είναι το $x^2 - 25$ **Σ**

δ) Ο ΜΚΔ των παραστάσεων $4(x-y)^2$ και $2(x-y)$ είναι το $4(x-y)$ **Λ**

ε) Ο ΜΚΔ των παραστάσεων $3x\gamma\omega$ και $5\kappa\lambda$ είναι το 1 **Σ**

Προτεινόμενη λύση

α) $8x^2y = 2^3x^2y$, οπότε ΕΚΠ(2^3x^2y , $2xy^2$) = $2^3x^2y^2$ Πρόταση Λ

β) $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$, οπότε ΜΚΔ($x^2 - y^2$, x^2y^2) = 1 Πρόταση Λ

γ) $x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$, οπότε ΕΚΠ($x^2 - 25$, $x - 5$) = $x^2 - 25$ Πρόταση Σ

δ) $4(x-y)^2 = 2^2(x-y)^2$, οπότε ΜΚΔ($4(x-y)^2$, $2(x-y)$) = $2(x-y)$ Πρόταση Λ

ε) Πρόταση Σ

3.

Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των παρακάτω παραστάσεων

$$\begin{array}{lll} \alpha) 12\alpha^2\beta x, & 6\alpha x^3, & 3\alpha\beta x^2y \\ \beta) x^4y^2 - x^2y^4, & x^4y^3 + x^3y^4, & x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 \\ \gamma) x^2 - 1, & x^2 - 3x + 2, & x^2 - x \\ \delta) x^2 - 4, & x^3 - 8, & x^4 - 16 \end{array}$$

Προτεινόμενη λύση**α)**

$$\text{Είναι } 12\alpha^2\beta x = 3 \cdot 2^2 \alpha^2\beta x, \quad 6\alpha x^3 = 2 \cdot 3\alpha x^3, \quad 3\alpha\beta x^2y$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = 3 \cdot 2^2 \alpha^2\beta x^3y = 12\alpha^2\beta x^3y \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = 3\alpha x$$

β)

$$\text{Είναι } x^4y^2 - x^2y^4 = x^2y^2(x^2 - y^2) = x^2y^2(x - y)(x + y)$$

$$x^4y^3 + x^3y^4 = x^3y^3(x + y)$$

$$x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 = x^2y^2(x^2 + xy + y^2)$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = x^3y^3(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2) \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = x^2y^2$$

γ)

$$\text{Είναι } x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$$

$$x^2 - 3x + 2 = x^2 - (2 + 1)x + 2 \cdot 1 = (x - 2)(x - 1)$$

$$x^2 - x = x(x - 1)$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = x(x - 1)(x + 1)(x - 2) \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = x - 1$$

δ)

$$\text{Είναι } x^2 - 4 = x^2 - 2^2 = (x - 2)(x + 2)$$

$$x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$x^4 - 16 = (x^2)^2 - 4^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 + 4) \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = x - 2$$

4.

Να βρείτε το ΕΚΠ και το ΜΚΔ των παρακάτω παραστάσεων

$$\begin{array}{lll}
 \alpha) & 15\alpha^3\beta^2xy, & -12\alpha^2\beta^3\omega x^2, & -5\alpha^2\beta x^3\omega^2y^2 \\
 \beta) & 6(x^2+2xy+y^2), & 8(y^2-x^2), & 3(x^2-2xy+y^2)(x+y) \\
 \gamma) & -x^2+1, & x^4-1, & x^8-1, & x^2+1 \\
 \delta) & x^2-4x+4, & x^2+x-6, & x^2-4, & (x^2+6x+9)(x-2)^2
 \end{array}$$

Προτεινόμενη λύση**α)**

$$\text{Είναι } 15\alpha^3\beta^2xy = 3 \cdot 5 \alpha^3\beta^2xy, \quad -12\alpha^2\beta^3\omega x^2 = -3 \cdot 2^2\alpha^2\beta^3\omega x^2, \quad -5\alpha^2\beta x^3\omega^2y^2$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = -3 \cdot 5 \cdot 2^2 \alpha^3\beta^3\omega^2x^3y^2 = -60\alpha^3\beta^3\omega^2x^3y^2 \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = \alpha^2\beta x$$

β)

$$\text{Είναι } 6(x^2+2xy+y^2) = 2 \cdot 3(x+y)^2$$

$$8(y^2-x^2) = 2^3(y-x)(x+y)$$

$$3(x^2-2xy+y^2)(x+y) = 3(x-y)^2(x+y) = 3(y-x)^2(x+y)$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = 3 \cdot 2^3(y-x)^2(x+y)^2 = 24(y-x)^2(x+y)^2 \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = (x+y)$$

γ)

$$\text{Είναι } -x^2+1 = 1-x^2 = (1-x)(1+x)$$

$$x^4-1 = (x^2-1)(x^2+1) = (x-1)(x+1)(x^2+1) = -(1-x)(x+1)(x^2+1)$$

$$\begin{aligned}
 x^8-1 &= (x^4-1)(x^4+1) = (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1) = \\
 &= (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1) = \\
 &= -(1-x)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)
 \end{aligned}$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = -(1-x)(x+1)(x^2+1)(x^4+1) \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = (1-x)(1+x)$$

δ)

$$\text{Είναι } x^2-4x+4 = (x-2)^2$$

$$x^2+x-6 = x^2+(3-2)x+3(-2) = (x+3)(x-2)$$

$$x^2-4 = (x+2)(x-2)$$

$$(x^2+6x+9)(x-2)^2 = (x+3)^2(x-2)^2$$

$$\text{Οπότε } \text{ΕΚΠ} = (x+3)^2(x-2)^2(x+2) \quad \text{και} \quad \text{ΜΚΔ} = x-2$$